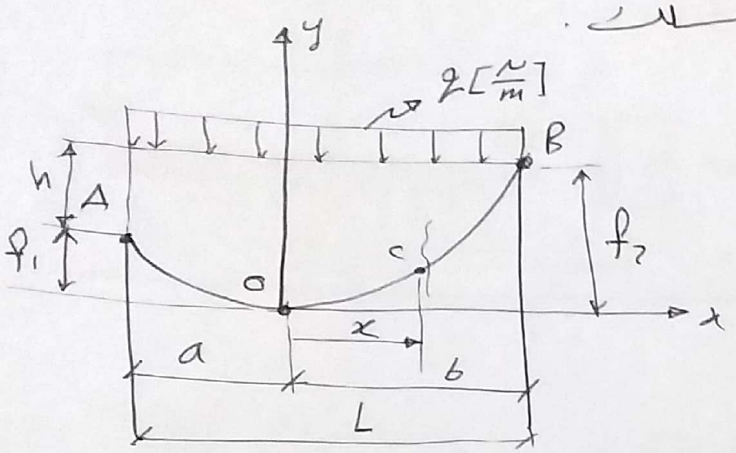
الأسلاك المرنة

تعيين قوة الشد وسهم الانحناء في الأسلاك المرنة (معادلة الخط المرن)

تشمل الأسلاك المرنة خطوط نقل الطاقة الكهربائية وأيضاً العلفة وفي بعض الإنشاءات الهندسية وتتعرض لقوى شد فقط ناتجة عن تأثير الوزن الذاتي للسلك.



L- المجال بين A و B.

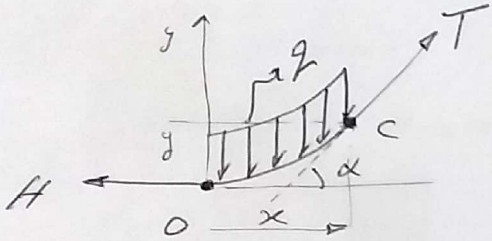
H- قوة الشد الأفقية

T " " باتجاه المماس

f_1, f_2- سهم الانحناء

إيجاد معادلة الخط المرن:

نقطع السلك على بعد x من O وتنتج القوى الداخلية عند O: H وعند C: T.



نأخذ معادلة العزوم عند C:

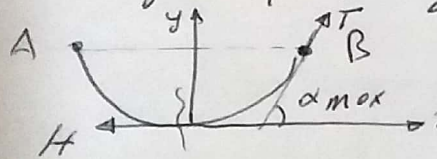
$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow q \cdot x \cdot \frac{x}{2} - Hy = 0 \Rightarrow \boxed{y = \frac{qx^2}{2H}}$$

وهي عبارة عن معادلة قطع مكافئ

في حال نقاط التثبيت تقع على خط أفقي واحد: $f = f_1 = f_2$

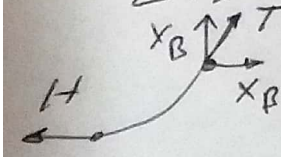
عندئذ: $x = \frac{L}{2} = a = b$

$$y = f_1 = f_2 = \frac{qa^2}{2H} = \frac{qb^2}{2H} \Rightarrow \boxed{f = \frac{qL^2}{8H} \Rightarrow H = \frac{qL^2}{8f}}$$



قوة الشد T في أي نقطة من السلك

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T\cos\alpha = H \Rightarrow \boxed{T = \frac{H}{\cos\alpha}} \Rightarrow T_{max} = \frac{H}{\cos\alpha_{max}}$$



حيث α_{max} تكون عند نقاط التثبيت A و B

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow X_B = H \;\&\; \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{qL}{2}$$

$$T_{max} = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{H^2 + \left(\frac{qL}{2}\right)^2}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

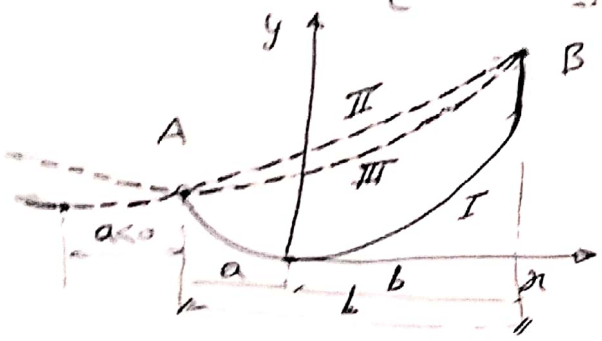
(2)

شرط المتانة: $\sigma = \frac{T_{max}}{A} \leq [\sigma]$

وبما أن الزاوية α تكون صغيرة نسبيا فلذلك يمكننا اعتبار $T_{max} = H$ ونأخذ شرط المتانة

$$\sigma = \frac{H}{A} \leq [\sigma]$$

تعيين قوة الشد في حالة نقاط التثبيت لنقطة مادية واحدة:



نعين جسم الاسناد عندما $x = -a$

$$f_1 = \frac{2a^2}{2H} \quad (1)$$

$x = b$

$$f_2 = \frac{2b^2}{2H} \quad (2)$$

$$(3) \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a = \mp b\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \quad (4)$$

$$L = a + b \quad (5)$$

نعوض (4) في (5) ⇐

$$L = \mp b\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} + b \Rightarrow b = \frac{L}{(1 \mp \sqrt{\frac{f_1}{f_2}})} \quad (6)$$

$$b = \frac{L\sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1} \mp \sqrt{f_2}} \quad (7)$$

نعوض في (2) ⇐

$$\boxed{H = \frac{2L^2}{2(\sqrt{f_1} \mp \sqrt{f_2})^2}}$$

ان وجود اشارة $(\mp)$ في المقام يعني وجود قيمتين للقوة H ففي حال الاشارة $(+)$ يعني القوة H صغيرة وهذا يعني ان $a > 0$ حسب العلاقة (4) وبالتالي $L = a + b$ رأس القطع يقع ما بين A و B الشكل I - في حال الاشارة $(-)$ يعني H كبيرة وهذا يعني $a < 0$ أي $b = L + a$ أي رأس القطع يقع على يسار اليرع A أي خارج المجالين A و B وهيأة شكل II و III. $a = 0$ يعني رأس القطع يقع على اليرع A شكل III.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(3) تعيين a و b بدلالة قوة الشد H وفرق الارتفاع h

$$h = f_2 - f_1 = \frac{q b^2}{2H} - \frac{q a^2}{2H} = \frac{q}{2H}(b^2 - a^2)$$

$$h = \frac{q}{2H}(b+a)(b-a) = \frac{qL}{2H}(b-a)$$

$$\left.\begin{aligned} b-a &= \frac{2Hh}{qL} \\ L &= a+b \end{aligned}\right\} \quad L = a + a + \frac{2Hh}{qL}$$

$$L - 2a = \frac{2Hh}{qL} \Rightarrow \boxed{a = \frac{L}{2} - \frac{Hh}{qL}}$$

$$\boxed{b = \frac{L}{2} + \frac{Hh}{qL}}$$

$$f_1 = \frac{qa^2}{2H} = \frac{qL^2}{8H} + \frac{Hh^2}{2qL^2} - \frac{h}{2}$$

$$f_2 = \frac{qb^2}{2H} = \frac{qL^2}{8H} + \frac{Hh^2}{2qL^2} + \frac{h}{2}$$

تأثير تغير درجة الحرارة Δt والحمولة q في الاسلاك الارضية.

عند تغير درجة الحرارة Δt وصنايجون واقعا في الدول الشمالية حيث تتغير درجة الحرارة ما بين 30° صيفا الى -50° شتاءً ونتيجة تراكم الثلوج وتجمدها تزداد الحمولة q مما يؤدي الى زيادة او نقصان في طول السلك نتيجة تغير درجة الحرارة:

$$\Delta S_t = \alpha L (t_2 - t_1)$$

S - طول السلك

نتيجة تغير الحمولة تتغير القوة H بمقدار $H_2 - H_1 = \Delta H$

حسب قانون هوك

$$\Delta S_H = \frac{(H_2 - H_1) L}{E A}$$

فطول السلك يصبح

$$S_2 = S_1 + \Delta S_t + \Delta S_H$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(4)

طول السلك الحقيقي الذي على شكل قطع مكافئ يعطى بالعلاقة:

$$S = x\left(1 + \frac{q^2 x^2}{6H^2}\right)$$

في حال نقاط التثبيت تقعان على خط أفقي واحد:

يكون طول نصف السلك عندما $x = \frac{L}{2}$ لذلك لإيجاد طول السلك الكلي نضرب $\times 2 \Leftarrow$

$$S = 2\frac{L}{2}\left(1 + \frac{q^2 L^2}{24H^2}\right) = L\left(1 + \frac{q^2 L^2}{24H^2}\right)$$

$$H = \frac{qL^2}{8f}$$

نعوض:

$$\boxed{S = L\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f^2}{L^2}\right)}$$

عند ذلك يكون طول السلك بعد التغير S_2

$$S_2 = S_1 + \Delta S_t + \Delta S_H$$

$$L\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f_2^2}{L^2}\right) = L\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f_1^2}{L^2}\right) + \alpha L \Delta t_\circ + \frac{H_2 - H_1}{EA} L$$

حيث:

$f_2 = \frac{q_2 L^2}{8H_2}$ مابعد الاستطالة

$f_1 = \frac{q_1 L^2}{8H_1}$ قبل الاستطالة

سلك فاصل وزن واحدة الطول $q = 10\frac{N}{m}$ ساحة مقطعه $A = 1cm^2$ مثبت على برجين مرتفع الارتفاع $h = 4m$ يؤثر بقوة $H = 3kN$ ، $L = 100m$

1- حدد احداثيات أخفض نقطة منه (o).

2- أوجد طول كل من البرجين إذا علم أن أي نقطة من السلك ارتفاعها عن الأرض $\geq 7m$

3- بين متانة السلك $[\sigma] = 120MPa$

1-

$$a = \frac{L}{2} - \frac{Hh}{2L} = 50 - \frac{3000 \cdot 4}{10 \times 100} = 38m \Rightarrow b = 62m$$

$$f_1 = \frac{qL^2}{2H} = 2,4m \Rightarrow f_2 = f_1 + h = 6,4m$$

$$h_A = 2,4 + 7 = 9,4m$$
$$h_B = 6,4 + 7 = 13,4m$$

$$\left.\begin{matrix} h_A = 2,4+7 = 9,4\ m \\ h_B = 6,4+7 = 13,4\ m \end{matrix}\right\} \sigma = \frac{3000}{3 \cdot 10^{-4}} = 3 \cdot 10^7 < 120MPa$$

متين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner